

## FFTEX - UM SISTEMA ESPECIALISTA PARA O CÁLCULO DE TRANSFORMADAS RÁPIDAS DE FOURIER EM UMA E DUAS DIMENSÕES

Mauro Cavalcante Pequeno  
João Marques de Carvalho  
Mário Toyotaro Hattori

UFPb - Depto. de Engenharia Elétrica  
Av. Aprígio Veloso s/n  
58.100 - Campina Grande, Pb.

### 1. INTRODUÇÃO

Desde a sua concepção por Cooley & Tukey (1) em 1965, as transformadas e anti-transformadas rápidas de Fourier (FFT) são usadas com frequência nos mais diversos ramos da matemática computacional, constituindo-se numa ferramenta indispensável aos matemáticos, físicos, engenheiros, etc., e, em particular, ao projetista de sistemas digitais para o processamento de sinais e imagens. Muitos algoritmos foram desenvolvidos a partir de Cooley & Tukey, explorando alguma particularidade da sequência de entrada, ou baseados em fundamentos matemáticos diferentes (2). Entre eles podemos citar os de Gentleman & Sande (3) (1966), Pease (4) (1968), Singleton (5) (1969), Uhrich (6) (1969), e Temperton (7) (1976).

O objetivo desse projeto é o desenvolvimento de um sistema especialista (Expert System), FFTEX, cuja finalidade é a de auxiliar o engenheiro de processamento digital de sinais e imagens na escolha adequada e na utilização confiável e eficiente dos diversos algoritmos de transformação e anti-transformação de Fourier existentes.

O que se tem constatado é a existência de uma grande diversidade de algoritmos de FFT com peculiaridades que os tornam mais ou menos adequados a determinadas aplicações. Tais peculiaridades permitem que os algoritmos adquiram características próprias tais como maior ou menor velocidade de processamento em detrimento de maior ou menor precisão, ou ocupar mais espaço de memória de processamento e disco, fatores esses fundamentais a certas aplicações. Como exemplo, pode-se mencionar o processamento de imagens onde devido, em geral, à grande quantidade de dados a serem processados, a velocidade pode ser um fator fundamental, ou o processamento de sinais de voz, onde a precisão é a característica que, na maioria das aplicações, deve ser mais evidenciada. Outra característica do processamento de imagens é que os dados são sempre reais e positivos, o que não é sempre o caso nas demais áreas de aplicação de processamento digital de sinais.

Esses e outros fatores, em geral, não são levados em conta pelos usuários de algoritmos de transformação de Fourier, que se limitam a utilizar um determinado método ou um certo "pacote", que lhes é familiar, em todas as situações sem fazer uma análise mais rigorosa que permitiria maior economia de tempo e espaço e maior confiabilidade de seus resultados. Essa análise associada a uma análise do comportamento numérico dos algoritmos não é trivial, requerendo do usuário um grau de especialização que na maioria das situações não está presente.

Pela motivação acima exposta surgiu a idéia de se construir um sistema que reunisse o conhecimento de diversos especialistas, permitindo ao projetista obter de uma maneira fácil, cômoda e eficiente a transformada de Fourier pelo algoritmo mais adequado a uma dada situação.

A idéia se ampliou e o sistema FFTEX será a semente de dois outros sistemas especialistas que deverão abrangê-lo: O SIPREX, um sistema especialista para processamento digital de sinais englobando as várias classes de algoritmos existentes para esse fim, como dimensionamento ótimo de filtros digitais, convolução, interpolação e análise espectral; e o IMAGEX, um sistema especialista para processamento de imagens composto por algoritmos para segmentação, filtragem espacial, análise espectral, interpolação, além de outras técnicas de processamento bidimensional.

Ambos os sistemas estão em fase de levantamento dos algoritmos existentes, os quais em seguida passarão por testes que irão determinar a adequação de cada algoritmo a situações específicas, introduzir modificações e elaborar novos algoritmos.

## 2. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O FFTEX é um sistema que possui características que o enquadram como um sistema especialista numérico (S.E.N.), já que necessita de mecanismos de interface e controle, e a implementação de algoritmos numéricos para solução de problemas. Assim, como todo S.E.N. (8), é composto de três módulos: o de controle, o de interface com o usuário e o de cálculo numérico.

O módulo de controle é responsável pelo controle dos demais módulos. É composto pelos comandos e pelas regras lógicas que compõem a base de conhecimento do sistema permitindo inferências a partir das respostas dos demais módulos.

O módulo de interface é responsável pela entrada e saída de informações que possibilitam o sistema fornecer respostas a um determinado estímulo.

No módulo de cálculo numérico estão implementados os algoritmos de FFT que serão ativados de acordo com a solicitação determinada pelo módulo de controle.

Os módulos de controle e interface serão implementados utilizando-se o VP-EXPERT (9) que é uma ferramenta desenvolvida com intuito de auxiliar a construção de sistemas especialistas. Optou-se pelo VP-EXPERT por este permitir a modularização, utilizar uma linguagem lógica não sequencial, ser capaz de fornecer o caminho lógico tomado num processo de decisão e possuir um bom mecanismo de interface com o usuário.

Os programas que compõem o módulo numérico foram implementados utilizando um sub-conjunto do FORTRAN ANSI conhecido como PFORT. A escolha deveu-se a melhor controle das operações numéricas (FORTRAN) e obtenção da portabilidade (PFORT).

O sistema será capaz de executar em microcomputadores compatíveis com o IBM PC/XT/AT com configuração mínima de 512k bytes de memória, sendo recomendado, para melhor desempenho, o uso de co-processor de ponto flutuante.

### 3. SELEÇÃO DOS ALGORITMOS

Devido à diversidade de algoritmos existentes sobre transformação de Fourier, decidiu-se que um algoritmo para ser incorporado ao sistema deveria passar por duas fases de seleção. A primeira selecionaria os algoritmos que satisfizessem os seguintes requisitos:

- Algoritmos consagrados pela literatura de alguma forma
- Haver uma boa documentação sobre o mesmo
- Ser adaptativo (requisito fundamental à transportabilidade)

Satisfeito essas condições passa-se então à segunda fase, a fase de testes a qual será descrita com mais detalhes na seção seguinte.

Boa parte dos algoritmos selecionados fazem parte da coletânea de programas sobre processamento digital de sinais do IEEE (10). Esses programas constam de uma fita adquirida diretamente do IEEE.

Embora os programas do IEEE, na sua maioria, sejam bem escritos, foram necessárias algumas modificações e correções para torna-los operacionais e mais eficientes. Como exemplo dessas modificações cita-se o programa de Singleton (SINGLE) do qual originalmente constava, na rotina Reals, uma transferência externa para o interior de um "Do Loop", fato não aceito pela maioria dos compiladores. Também foram eliminados os ineficientes IF's aritméticos constantes na maioria dos programas, as conversões intrínsecas de tipo e as variáveis não inicializadas.

Outras modificações foram introduzidas nos programas em geral visando automatizar e minorar ao usuário, o esforço da passagem de parâmetros. Entre essas pode-se citar a introdução de uma rotina para fatoração de N (num. de pontos) no programa que implementa o algoritmo de Temperton (TEMPER), o qual originalmente exigia do usuário o fornecimento da sequência dos fatores do N dado.

Até o presente momento os algoritmos constantes no FFTEX são os seguintes:

a) Algoritmos Unidimensionais

- a.1- FOUREA (Rader (10)). FFT-IFFT para uma sequência de dados complexos. N deve ser potência de 2.
- a.2- FAST-FSST (Bergand & Dolan (10)). FFT-IFFT para um sequência de dados reais. Utiliza bases 2 e 4.
- a.3- FFA-FFS (Bergand & Dolan (10)). FFT-IFFT para uma sequência de dados reais. Utiliza bases 2, 4 e 8.
- a.4- FFT842 (Bergand & Dolan (10)). FFT-IFFT para uma sequência de dados complexos. Utiliza bases 2, 4 e 8.
- a.5- SINGLE (Singleton (11)). FFT-IFFT para N, o número de pontos de uma sequência real ou complexa, qualquer ( $\neq$  potência de 2).
- a.6- CZT (Rabiner (10)). Calcula a transformada Z (direta e inversa) de uma sequência de pontos equiespaçados num círculo ou espiral arbitrária no plano Z.
- a.7- WFFT (McClellan & Nawab (10)). FFT-IFFT para uma sequência real ou complexa, em que N, o número de pontos, é o produto de fatores relativamente primos tomados do conjunto  $\{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 16\}$ .
- a.8- R4FFT (Morris (10)). FFT-IFFT para uma sequência real ou complexa. Utiliza bases 2 e 4. Eficiente para aplicações onde uma transformada de tamanho fixo é executada repetidamente, tais como análise/síntese de voz, processamento de imagens, etc.

a.9- TEMPER (Temperton (7)). FFT para uma sequência real ou complexa. Utiliza base mista (N =/ potência de 2).

a.10- DFT. Implementa a transformada de Fourier de uma maneira direta. Usado para pequenas sequências reais ou complexas.

b) Algoritmos Bidimensionais

b.1- SING2D. FFT-IFFT em duas dimensões para sequência real ou complexa em base mista. Utiliza a rotina FFT de Singleton.

b.2- R42D. FFT-IFFT em duas dimensões para sequência real ou complexa em base 2 ou 4. Utiliza a rotina WFTA de Morris.

b.3- FA842D. Combina as rotinas FFA e FT842 de Bergand & Dolan para produzir uma eficiente maneira de se calcular a FFT-IFFT bidimensional para uma sequência real  $N = N_1 \times N_2$ , onde  $N_1$  e  $N_2$  devem ser potência de 2.

b.4- DFT2D. Implementa a bitransformação de Fourier de uma maneira direta. Usado para pequenas sequências reais ou complexas.

É bom lembrar que os algoritmos unidimensionais podem ser utilizados no caso bidimensional, processando linhas e colunas sucessivamente, ou seja,

$$X(k,l) = \sum_{n=0}^{N-1} G(k,n) W_N^{ln} \quad (1)$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1, \quad l = 0, 1, \dots, N-1$$

onde

$$G(k,l) = \sum_{m=0}^{M-1} x(m,n) W_M^{km} \quad (2)$$

Note que o resultado da equação (2) alimenta a eq. (1) e que  $G(k,n)$  será uma sequência complexa independente da sequência original ( $x$ ) ser real ou complexa.

A função  $G(k,n)$  consiste de  $N$  transformadas unidimensionais, uma para cada coluna de  $x(m,n)$ . A transformada bidimensional

Note que o resultado da equação (2) alimenta a eq. (1) e que  $G(k,n)$  será uma sequência complexa independente da sequência original ( $x$ ) ser real ou complexa.

A função  $G(k,n)$  consiste de  $N$  transformadas unidimensionais, uma para cada coluna de  $x(m,n)$ . A transformada bidimensional  $X(k,l)$  é obtida por implementar  $M$  transformadas unidimensionais, uma para cada linha da sequência  $G(k,n)$ .

Os algoritmos do grupo b) que são específicos para duas dimensões, são na verdade algoritmos unidimensionais combinados com propósito determinado. O FA842D combina dois dos mais velozes algoritmos de FFT para sequências reais base 2, um impróprio para sequência de entrada complexa (calcula a eq. 2) e outro para sequência complexa (calcula a eq. 1). O R42D utiliza de uma maneira ótima o fato da rotina WFTA de Morris não necessitar de novas inicializações no cálculo de transformações repetitivas. O SING2D próprio a uma sequência qualquer, e, ao invés de chamar  $N$  vezes um algoritmo unidimensional para o cálculo da eq. 2, o faz de uma maneira eficiente de modo que com apenas três chamadas da rotina FFT, independente do tamanho da sequência, calcula a bittransformação.

#### 4. TESTES

Diversos testes foram realizados com a finalidade de auxiliar o processo de seleção e ao mesmo tempo definir a melhor adequação do algoritmo, a sensibilidade e existência ou não de casos patológicos. Três aspectos principais serviram de parâmetros de avaliação: tempo de processamento, espaço de memória necessário e precisão dos resultados obtidos.

Em primeiro lugar separou-se os algoritmos por classes de problemas que se propunham a resolver, ou seja, aplicável a sequência de tamanho  $N$ , onde  $N$  é potência de 2 (base 2) ou  $N$  é um número qualquer (base mista); a sequência exclusivamente real ou a sequência complexa; ou ainda com propriedades especiais (WFFT, ver seção 3).

Para efeito de estudo comparativo, procurou-se uniformizar os testes, sendo a sequência de entrada pra todos programas gerada pela função UNI, escrita por Alan Gross (10), que produz uma sequência pseudo-aleatória de valores gerados com distribuição uniforme em  $(0,1)$ . Isso, para evitar situações particulares que favorecessem a um determinado algoritmo.

Para o teste de precisão adotou-se a estratégia de transformar e anti-transformar a sequência. A anti-transformada deveria reproduzir a sequência de entrada. Comparando-se as sequências de entrada e obtida tem-se então, informações sobre a precisão da rotina. O critério de medição de erro adotado foi o do erro médio quadrado o qual dá uma informação mais significativa sobre toda a sequência, ao contrário do critério mini-max (norma infinita) que a anomalia de um único ponto decide sobre os demais.

Os testes embora não concluídos totalmente, já forneceram informações que, em primeiro lugar, auxiliaram no processo de seleção e melhoria dos algoritmos originais, como já mencionado, e, em segundo lugar, servirão de base para a construção das regras lógicas, suporte do sistema especialista proposto.

## 5. CONCLUSÃO

O projeto FFTEX é composto basicamente de três etapas: a escolha, seleção e preparação dos algoritmos que processarão o cálculo numérico; a construção das regras lógicas que servirão de suporte no processo de controle - decisão e escolha do algoritmo a ser utilizado para a situação descrita pelo usuário; e preparação da interface com o usuário - tela e impressão.

Atualmente o processo de escolha e seleção dos algoritmos está concluído, embora o sistema tenha características dinâmicas podendo em qualquer fase do projeto haver incorporação ou substituição de algoritmos. Iniciou-se a preparação dos algoritmos procurando-se uniformizar a entrada e saída dos dados em todos os algoritmos, já que originalmente ela é feita de maneira diversa conforme o algoritmo. Por exemplo, nos algoritmos bidimensionais a matriz de pontos é lida por linha (SING2D) ou por colunas (FFT842) o mesmo acontecendo com a saída.

A seguinte padronização foi adotada:

### a) Entrada de dados

- tamanho de registro uniforme
- formato de leitura uniforme
- matrizes bidimensionais lidas por colunas

## b) Saída

- a parte real será armazenada nas posições ímpares do registro de saída (A(1), A(3), ... ), enquanto que a parte imaginária ocupará as posições pares respectivas (A(2), A(4), ...)
- todos os valores, inclusive conjugados simétricos, serão fornecidos

Concluída a fase de preparação dar-se-á prosseguimento a segunda etapa do projeto com o processo de "aquisição de conhecimento". Tal aquisição se fará com a catalogação das informações obtidas na fase de testes, com a análise das experiências passadas na resolução de problemas relacionados com transformadas de Fourier por especialistas na área de processamento digital de sinais e imagens, com entrevistas com esses especialistas onde todas as informações relevantes serão registradas, e com simulações de possíveis situações.

A última etapa de construção do sistema, a interface com o usuário, deverá adotar o sistema de "menu", sendo as alternativas apresentadas conforme as escolhas do usuário, podendo este dar prioridades (pesos) às alternativas. Esse processo foi adotado com êxito no sistema EXBITAN (8).



## REFERÊNCIAS

- (1)- Cooley, J.W. and Tukey, J.W.- An Efficient, One-level, Primitive-equation Spectral Model, Monthly Weather Review 100, 683-689, 1965.
- (2)- Neto, J.L. & Hattori, M.T.- Transformadas Rápidas de Fourier - Uma Metodologia de Comparação, XI CNMAC, Ouro Preto, Mg., 1988.
- (3)- Gentleman, W.M. and Sande, G.- Fast Fourier Transforms for Fun and Profit, 1966 Fall Joint Computer Conference, AFIPS Proc. 29, 563-578, 1966.
- (4)- Pease, M.C.- An Adaptation of the Fast Fourier Transform for Parallel Processing, JACM 15, 252-264, 1968.
- (5)- Singleton, R.C.- An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics 17, 93-103, 1969.
- (6)- Uhrich, M.L.- Fast Fourier Transforms Without Sorting, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics 17, 170-172, 1969.
- (7)- Temperton, C.- Mixed Radix Fast Fourier Transforms Without Reordering, Technical Report 3, ECMWE, 1976.
- (8)- Pequeno, M.C.- Exbitan - Um Sistema Especialista Numérico, XI CNMAÇ Ouro Preto, Mg, 1988.
- (9)- VP-Expert Systems, Paperback Software International, 2830 Ninth St., Berkeley, Ca 95.710.
- (10)- Programs for Digital Signal Processing, Digital Signal Processing Committee (ed.), IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing Society, new York, 1979.
- (11)- Singleton, R.C.- An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform, IEEE Trans. Audio Electroacustiç vol Au-17, no. 2, pp. 93-103, 1969.